

ECON2200 - Matematikk 1, Våren 2012
Oppgaver til seminaruke 2, Kalenderuke 7

Oppgave 1 (Derivasjon)

Finn den deriverte av følgende funksjoner, der a, b, p og q er konstanter

$$(a) h(L) = (L^a + b)^p \quad (b) C(Q) = aQ + bQ^2 \quad (c) P(x) = (ax^{1/q} + b)^q$$

Oppgave 2 (Konveks/Konkav)

Profittfunksjonen til en bedrift er gitt som

$$\pi(L) = PF(L) - wL$$

der F er to ganger deriverbar. Bedriften velger bruken av arbeidskraft L for å maksimere profitten.

- Hva er førsteordensbetingelsen for profittmaksimum.
- Finn et uttrykk for $\pi''(L)$
- Hva må vi anta om $F''(L)$ for at π skal være en konkav funksjon?
- Vi at dersom π er konkav og avtagende i punktet L_0 så er den også avtagende i alle punkt $L > L_0$.

Oppgave 3 (Optimalisering, konveks/konkav)

La $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$

- Beregn $g'(x)$ og $g''(x)$. Vis at den deriverte kan skrives på formen $g'(x) = (x-1)(x+1)$
- Undersøk hvor g vokser og avtar. (Hint: Bruk fortegnssdiagram.)
- Finn stasjonærpunktene til funksjonen.
- Undersøk hvor g er konveks/konkav.
- Har funksjonen vendepunkter?
- Er noen av stasjonærpunktene globale maksimum eller minimumspunkter?
- Om vi avgrenser definisjonsområdet til $x \geq 0$, vil da noen av stasjonærpunktene være maksimum eller minimumspunkter?

Oppgave 4 (Funksjoner av flere variable)

For hver av funksjonene nedenfor skal du tegne nivåkurvene $f(x, y) = 1$ og $f(x, y) = 4$ regne ut begge de partiellderiverte.

- a) $f(x, y) = x + y$
- b) $f(x, y) = xy$

Funksjonen $f(x, y) = \min(x, y)$ tar verdien til det minste av de to tallene. Det vil si at dersom $x \geq y$ så er $f(x, y) = \min(x, y) = y$, mens dersom $y \geq x$ så er $f(x, y) = \min(x, y) = x$. (Merk at dere skal ikke derivere denne funksjonen, den er ikke deriverbar overalt.)

- c) (Vanskelig!) Tegn nivåkurvene $f(x, y) = 1$ og $f(x, y) = 4$ til funksjonen $f(x, y) = \min(x, y)$.

Oppgave 5 (Elastisitet)

Beregn elastisitetene for følgende funksjoner:

- a) $f(x) = \frac{A}{\sqrt{x}}$ for $x > 0$,
- b) $g(x) = A - bx$ der $A > 0$ og $b > 0$
- c) $h(x) = Ax^b$ for $x > 0$, der $A > 0$

Oppgave 6 (Derivasjon og Elastisiteter)

La $f(x) = \frac{1}{g(x)}$.

- a) Finn $f'(x)$ uttrykt ved $g'(x)$ og $g(x)$
- b) Finn $El_x f$ uttrykt ved $El_x g$ ved å bruke resultatet i a) og definisjonen av en elastisitet
- c) Løs oppgave b) ved hjelp av regnereglerne for elastisiteter (s.171 i boka, s. 202 i den gamle).